

Учет размера конечного элемента оболочки при расчете арматуры монолитных плит перекрытий

А.И. Русаков

Предлагается методика расчета арматуры плит монолитных железобетонных каркасов в окрестности колонн. В методике используются результаты расчета арматуры по линейно-упругим моделям с опорой плиты на колонну в одном узле, причем площадь арматуры уточняется с учетом нелинейных свойств железобетона и заданных сечений колонн.

1. Введение

Рассмотрим типовую конечно-элементную схему многоэтажного железобетонного каркаса, содержащую фундаментную плиту, гладкие (безригельные) плиты перекрытий и систему вертикальных элементов — диафрагм и колонн. При моделировании плит для определения напряженно-деформированного состояния (НДС) и последующего армирования используется сеть конечных элементов (КЭ) с преимущественно квадратными четырехузловыми элементами тонкой линейно-упругой оболочки; при моделировании колонн используются линейно-упругие стержневые элементы. Стык перекрытия или фундаментной плиты с колонной задается общим узлом для соответствующих элементов (рис. 1). При таком моделировании зон контакта плиты и колонны каждый стыковочный узел является источником сосредоточенной силы на плиту со стороны колонны. Это означает, что в расчетной схеме плиты,

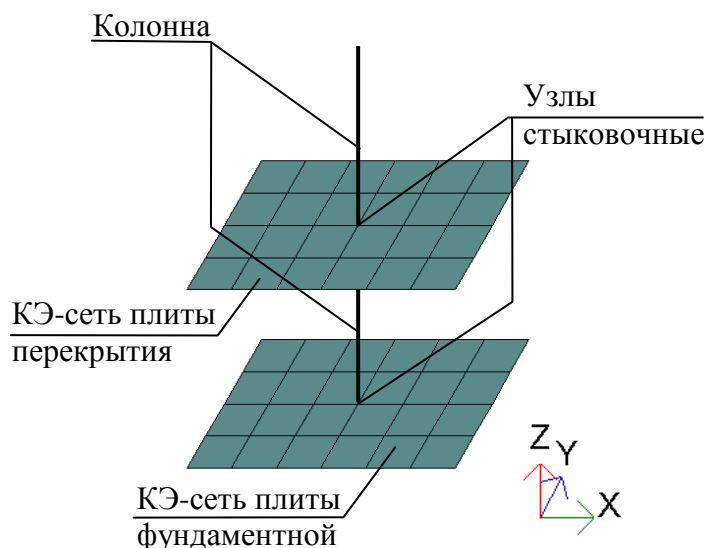


Рис. 1

согласно которой плита есть тонкая линейно-упругая оболочка с сосредоточенными силами в точках опор колонн, при уменьшении расстояния до этих точек внутренние поперечные силы и изгибающие моменты, как правило, стремятся к бесконечности.

Общепринятым способом задания площади растянутой продольной арматуры плиты вблизи колонн является расчет арматуры для всех оболочечных КЭ по установленному линейным расчетом НДС плиты и затем выбор элемента с наибольшей площадью арматуры из числа примыкающих к заданной колонне. Эта наибольшая площадь служит суммарной площадью арматуры заданного направления в зоне дополнительного армирования вблизи опоры. Однако с уменьшением шага конечно-элементной сети (КЭ-сети) максимальные изгибающие моменты M_x и M_y в окрестности колонны неограниченно возрастают и, как результат, возрастает площадь арматуры, полученная расчетом.

Описанную схему определения площади растянутой арматуры вблизи колонны будем далее называть схемой расчета арматуры на точечной опоре. При использовании этой схемы проектировщики исходят из предположения, что при подходящем выборе шага КЭ-сети данная схема дает адекватное армирование. Однако обоснованных рекомендаций по выбору размера оболочечного КЭ в настоящее время нет. Кроме того, представленные ниже результаты показывают, что погрешность расчета арматуры по этой схеме зависит не только от КЭ-сети, но и от размера поперечного сечения выбранной колонны. В настоящей статье схему армирования на точечной опоре предлагается дополнить введением коэффициентов пересчета площади растянутой арматуры, полученной алгоритмом армирования. При заданных условиях армирования (в частности, заданной площади сжатой арматуры в окрестности опоры) предлагается установить коэффициенты пересчета α_x , α_y , по которым вычисляется площадь растянутой арматуры в зоне опоры:

$$A_{x(y)} = \alpha_{x(y)} A_{x(y)}^{\text{ТО}},$$

где $A_{x(y)}^{\text{ТО}}$ — площадь арматуры одного из направлений x или y , полученная по расчету для точечной опоры. В статье излагается методика составления таблиц названных коэффициентов с целью задания функциональной зависимости:

$$\alpha_{x(y)} = \alpha_{x(y)}(l, B, H, A_{x(y)}^{\text{ТО}}), \quad (1)$$

где l — шаг КЭ-сети; B — протяженность прямоугольного поперечного сечения колонны в направлении x глобальной системы координат («ширина» сечения); H —

протяженность сечения колонны в направлении y глобальной СК («высота» сечения). Предполагается, что площадь сжатой арматуры задается как обычно, равной площади основной (фоновой) арматуры. Методика ориентирована на использование программного комплекса ЛИРА 9.х.

2. Основные положения методики

В методике расчета коэффициентов $\alpha_{x(y)}$ используются следующие основные исходные данные: толщина плиты h ; расстояние верхней и нижней продольной арматуры до соответствующей грани плиты; классы бетона и арматуры и соответствующие им диаграммы растяжения-сжатия; коэффициенты условий работы бетона и арматуры; максимально возможная площадь растянутой арматуры на точечной опоре для заданного каркаса $A_{\max}^{\text{то}}$; площадь сжатой арматуры в окрестности опоры A'_y в предположении $A'_x = A'_y$ (в индексе — направление арматуры); параметры l, B, H . Кроме того, задаются пределы изменения изгибающих моментов, вызванных различного типа нагрузками вблизи опор плиты для каркаса заданной типовой архитектуры. Далее методика излагается для случая перекрытия заданной толщины h при назначенных параметрах l, B и квадратном сечении колонны. Дается обобщение на случай прямоугольного сечения колонны. Этапы расчета коэффициентов $\alpha_{x(y)}$:

1. Строится конечно-элементная модель (КЭ-модель) армирования на точечной опоре, упрощенно отображающая случаи размещения опоры внутри плана плиты. В простейшей расчетной схеме квадратная плита с опорой в центре полагается нагруженной равномерно распределенной по площади нагрузкой \tilde{q} (Рис. 2, а). Устанавливается площадь верхней арматуры $\tilde{A}_y^{\text{то}}$ как табличная функция нагрузки \tilde{q} :

$$\tilde{A}_y^{\text{то}} = A_y^{\text{то}}(\tilde{q}) \quad (2)$$

(в данном случае благодаря симметрии $\tilde{A}_x^{\text{то}} = \tilde{A}_y^{\text{то}}$).

2. Строится нелинейно-упругая КЭ-модель армирования на плоской опоре при расчетной схеме предыдущего этапа. В данной модели размеры плоской опоры соответствуют размерам сечения заданной колонны и используются КЭ малого разме-

ра при армировании, установленном на предыдущем этапе. Модель служит для определения предельной нагрузки q при площади арматуры $A_x = A_y = \tilde{A}_y^{\text{то}}$, взятой из таблицы, подготовленной на предыдущем этапе при всевозможных \tilde{q} . Модель реализует шаговый алгоритм нагружения конструкции [1, подразд. 3.5] с фиксацией нагрузки q , непосредственно предшествующей разрушению. После определения предельной нагрузки по этой модели дается оценка ширины раскрытия трещин в предельном состоянии. Результатом этапа является табличная зависимость разрушающих нагрузок

$$q = q(A_y). \quad (3)$$

3. Каждой разрушающей нагрузке q , установленной на этапе 2, ставится в соответствие площадь арматуры на точечной опоре по модели этапа 1:

$$A_y^{\text{то}} = A_y^{\text{то}}(q). \quad (4)$$

Вычисляется искомый коэффициент

$$\alpha_x = \alpha_y = \frac{A_y}{A_y^{\text{то}}}. \quad (5)$$

В завершение этапа в зависимости $\alpha_{x(y)} = \alpha(q)$ выполняется переход от аргумента q к аргументу $A_y^{\text{то}}$ с помощью функции, обратной к функции (2), и строится график функции

$$\alpha_y = \alpha_y(A_y^{\text{то}}). \quad (6)$$

Замечание. На этапе 1 расчет арматуры (2) дает грубую оценку разрушающей нагрузки $\tilde{q} \approx q$ при $A_x = A_y = \tilde{A}_y^{\text{то}}$. Без такой оценки не удастся построить алгоритм определения функции (3).

4. Проводится проверка допустимости использования функции (6) для расчета арматуры в особых случаях нагружения плиты:

А) проверяется правильность расчета коэффициентов α_y при действии нагрузки от перегородки (приложенной по линии в сторону колонны) наряду с площадной (т. е. распределенной по площади) нагрузкой;

Б) проверяется правильность расчета коэффициентов α_y при положении колонны на ребре плиты;

В) проверяется правильность расчета коэффициентов α_y при положении колонны на углу плиты.

Для каждой из проверок А—В составляется соответствующая модель на основе нелинейно-упругих армированных элементов.

В основе описываемой методики лежит предположение, что полученный по используемым моделям коэффициент $\alpha_y = \alpha_y(A_y^{\text{то}})$ при заданном аргументе $A_y^{\text{то}}$ равен отношению требуемой площади арматуры к площади арматуры на точечной опоре в реальном каркасе (причем с учетом квадратного сечения колонны та же зависимость справедлива для арматуры направления x).

3. Пример расчета коэффициентов α и численные результаты работы

Рассмотрим перекрытие гражданского здания толщиной $h = 20$ см и установим коэффициенты α для конечных элементов размера $l = 50$ см и колонны сечением 50×50 см. Особенности конструкции объекта: наибольшая протяженность пролета $6,5$ м; ограждающие стены создают нагрузку 1250 кгс/м; наибольшая нагрузка от внутренних стен 400 кгс/м. Полагаем класс бетона В25, класс арматуры А-III, расстояние продольной арматуры до ближайшей грани плиты $a = a' = 3$ см, ширина раскрытия трещин и коэффициенты условий работы материалов назначены по рекомендациям СНиП 2.03.01-84*, максимально возможная площадь растянутой арматуры на точечной опоре для заданного каркаса $A_{\text{max}}^{\text{то}} = 22$ см²/пм, площадь сжатой арматуры в окрестности опоры $A'_{x(y)} = 2$ см²/пм. Расчетную схему для моделирования НДС плиты в окрестности опоры принимаем в виде столика с опорой на колонну (рис. 2, а).

КЭ-сеть модели армирования на точечной опоре показана на рис. 2, б. Узел А моделирует опору на колонну и содержит 6 связей (поступательных и угловых), узел В обеспечивает неизменяемость системы и содержит одну связь, указанную на схеме. Шаг сети $l = 50$ см. Заливкой отмечен элемент, по которому устанавливается армирование на точечной опоре. Результаты моделирования сведены в графы 1—2 табл. 1.

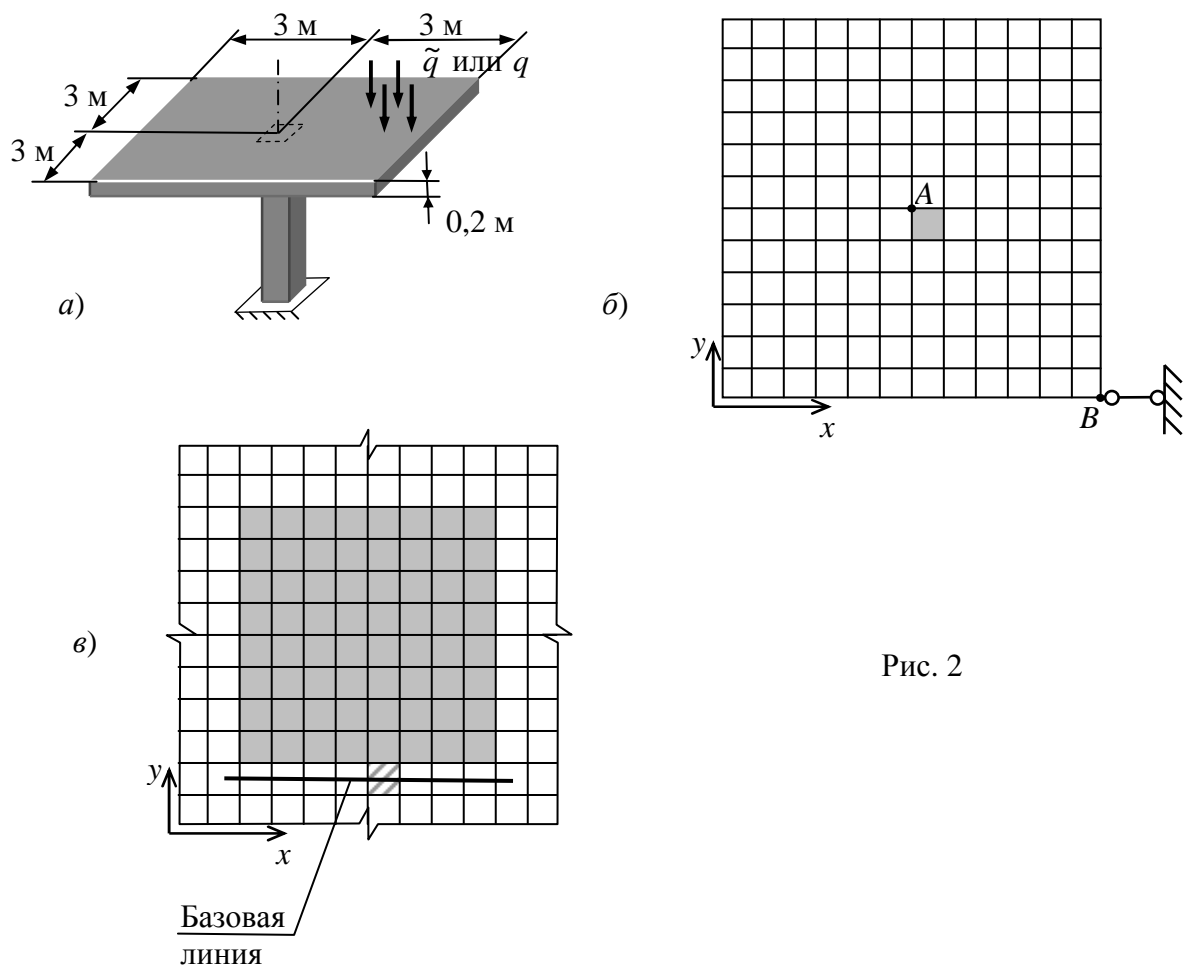


Рис. 2

Фрагмент КЭ-сети модели на плоской опоре показан на рис.2, в, шаг сети $l = 6,25$ см. Зона опорных узлов выделена заливкой. Базовая линия проходит через элементы, по которым оценивается раскрытие трещин.

Таблица 1

| \tilde{q} , т/м ² | $\tilde{A}_y^{то} =$ $= A_y$, см ² /пм | k | $k\tilde{q}$, т/м ² | q , т/м ² | $A_y^{то}$, см ² /пм | $\alpha_{x(y)}$ |
|-----------------------------------|--|-----|------------------------------------|---------------------------|-------------------------------------|-----------------|
| 0,5 | 5,51 | 1,2 | 0,6 | 0,5314 | 5,87 | 0,939 |
| 0,65 | 7,27 | 1,2 | 0,78 | 0,6386 | 7,13 | 1,020 |
| 0,8 | 9,09 | 1,1 | 0,88 | 0,7242 | 8,16 | 1,114 |
| 1 | 11,63 | 1 | 1 | 0,8445 | 9,65 | 1,205 |
| 1,2 | 14,31 | 0,9 | 1,08 | 0,9677 | 11,21 | 1,277 |
| 1,4 | 17,15 | 0,9 | 1,26 | 1,1550 | 13,69 | 1,253 |
| 1,5 | 18,65 | 0,9 | 1,35 | 1,2723 | 15,32 | 1,217 |
| 1,6 | 20,20 | 0,9 | 1,44 | 1,3954 | 17,09 | 1,182 |
| 1,75 | 22,64 | 1 | 1,75 | 1,5846 | 19,95 | 1,135 |
| 2 | 27,11 | 1 | 2 | 1,9828 | 26,78 | 1,012 |

В нелинейно-упругой модели этапа 2 армирование элементов задаем одинаковым в обоих направлениях согласно графе 2 табл. 1. Диаграмма растяжения-сжатия бетона принимается трехлинейная при продолжительном действии нагрузки согласно СП 52-101-2003, подразд. 5.1. Чтобы обеспечить некоторый наклон к оси абсцисс всех участков диаграммы, параметры σ_{b0} , σ_{bt0} задавались соотношениями $\sigma_{b0} = 0,95R_b$, $\sigma_{bt0} = 0,95R_{bt}$, как это делалось, например, в работе [2]. Диаграмма растяжения-сжатия арматуры принимается двухлинейная согласно СП 52-101-2003, подразд. 5.2, со следующими отличиями: горизонтальный участок заменен наклонным с ординатами на концах $\sigma_{s0} = 0,98R_s$, $\sigma_{s2} = 1,02R_s$; расчетное сопротивление R_s принято по СНиП 2.03.01-84* (см. зависимость $\sigma_{s,СП}$ на рис. 6).

Для обеспечения быстроты и точности расчетов необходимо иметь оценку сверху разрушающей нагрузки, до которой нагрузка растет в шаговом алгоритме. Эта нагрузка задается подбором коэффициента k и для каждой площади арматуры заносится в графу 4. В графе 5 сведены фактические разрушающие нагрузки, установленные расчетом.

Для рассматриваемых моделей шаговый алгоритм, реализованный в ЛИРЕ, на каждом шаге приращения нагрузки реализует одношаговую процедуру Ньютона-Рафсона [3, подразд. 7.2], в которой матрица жесткости суть матрица Якоби нелинейной системы разрешающих уравнений [4, i. 15.10.1]. Отказ от итерационного процесса приводит к увеличению погрешности расчета перемещений с ростом текущей нагрузки, причем точность результата существенно зависит от величины шага нагрузки. В данном примере расчет выполнялся последовательно для двух локальных загрузок: в первом загрузке 67% полной нагрузки $k\tilde{q}$ реализуется в 128 шагов одинаковой величины; оставшиеся 33% нагрузки делятся на 384 шага второго нагружения. Уменьшение величины шага к моменту завершения процесса необходимо для обеспечения точности вычислений при сохранении быстродействия алгоритма. Коэффициент k подбирался так, чтобы процесс завершался не ранее середины ожидаемого времени выполнения расчета второго нагружения. Такая реализация алгоритма обеспечила достаточно малую погрешность расчета разрушающей нагрузки (см. ниже).

По результатам нелинейного расчета проводится оценка раскрытия трещин, для чего выбирается элемент плиты вблизи середины стороны сечения, нормально к проверяемой арматуре (заштрихованный элемент на рис. 2, в). Расчет на рас-

крытие трещин проводится по установленным в элементе усилиям M_x , M_y , M_{xy} . Система ЛИРА 9.x позволяет выполнить этот расчет в автоматизированном режиме, для чего рекомендуется задать установленные в элементе внутренние моменты (вместе с характеристиками элемента) в конструирующей подсистеме ЛИР-ЛАРМ и провести расчет в режиме подбора арматуры. Наряду с шириной раскрытия трещин a_{crc} будет установлена площадь арматуры, соответствующая заданным усилиям, и близость вычисленной площади арматуры направления y к изначально принятой величине в графе 2 табл. 1 может служить проверкой правильности расчетов. Для рассматриваемого примера такая близость обеспечивалась; ширина раскрытия не превышала 0,04 мм, что существенно меньше допускаемой величины $a_{crc,ult} = 0,3$ мм по СП 52-101-2003.

В графах 6 и 7 табл. 1 приводятся величины (4) и (5), устанавливаемые на этапе 3. Этими графами задается искомая функция (6). Ее график приводится на рис. 3, кривая 1.

Оценка погрешности вычислений проводилась по расчетам при нагрузках из 4 графы табл. 1, для каждой из которых строилась последовательность величин искомой разрушающей нагрузки, причем каждая следующая величина устанавливалась при удвоении числа шагов в локальных загрузках (без изменения распределения нагрузки между загрузками). Результаты оценки быстроты сходимости процесса сведены в табл. 2, где для каждой пары рядом стоящих членов названной последовательности дается относительное отклонение

$$\delta_{i-1} = \frac{q_i - q_{i-1}}{q_i}.$$

Дадим оценку погрешности разрушающей нагрузки q_4 (при соотношении шагов 128/384). Поскольку в каждой построенной последовательности $\{\delta_i\}$ последний член пренебрежимо мал, можно считать последнее в ряду значение разрушающей нагрузки q_5 (или q_6 для девятой строки таблицы) точным результатом. Таким образом, имеем выборку погрешности расчета нагрузки q_4 :

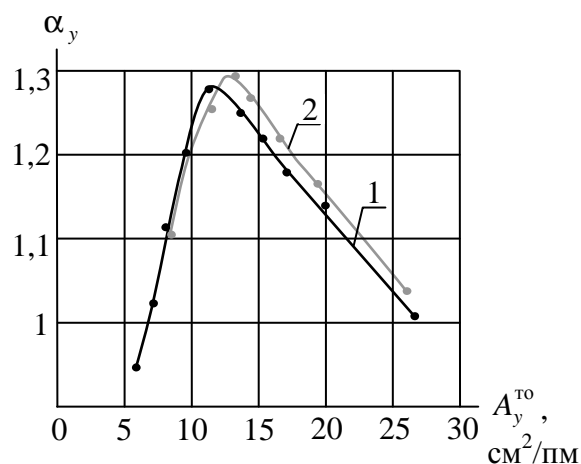


Рис. 3

$$\delta_{\Sigma} = \sum_{i \geq 4} \delta_i. \quad (7)$$

Таблица 2

| A_y , см ² / пм | $k\tilde{q}$, т/м ² | Величина $q = q_i$ (т/м ²) для указанного соотношения шагов локальных загрузжений, ошибка δ_i % | | | | | | | | | | δ_{Σ} % | |
|------------------------------------|------------------------------------|---|-----------|--------------|------------|--------------|-------------|--------------|-------------|--------------|--------------|---------------------|--------------|
| | | 16/ 48 | 32/ 96 | δ_1 % | 64/ 192 | δ_2 % | 128/ 384 | δ_3 % | 256/ 768 | δ_4 % | 512/ 1536 | | δ_5 % |
| 5,51 | 0,6 | 0,5258 | 0,5216 | -0,8 | 0,5227 | 0,2 | 0,5314 | 1,6 | 0,5312 | -0,04 | | | -0,04 |
| 7,27 | 0,78 | 0,6513 | 0,6433 | -1,2 | 0,6392 | -0,6 | 0,6386 | -0,1 | 0,6376 | -0,16 | | | -0,16 |
| 9,09 | 0,88 | 0,759 | 0,7409 | -2,4 | 0,7318 | -1,2 | 0,7242 | -1,0 | 0,7231 | -0,15 | | | -0,15 |
| 11,63 | 1 | 0,89 | 0,8591 | -3,6 | 0,8488 | -1,2 | 0,8445 | -0,5 | 0,8423 | -0,26 | | | -0,26 |
| 14,31 | 1,08 | 1,0058 | 0,9872 | -1,9 | 0,9723 | -1,5 | 0,9677 | -0,5 | 0,9658 | -0,20 | | | -0,20 |
| 17,15 | 1,26 | 1,1387 | 1,1431 | 0,4 | 1,1409 | -0,2 | 1,1550 | 1,2 | 1,1555 | 0,04 | | | 0,04 |
| 18,65 | 1,35 | 1,2108 | 1,2386 | 2,2 | 1,2525 | 1,1 | 1,2723 | 1,6 | 1,2763 | 0,03 | | | 0,03 |
| 20,20 | 1,44 | 1,3311 | 1,3559 | 1,8 | 1,3806 | 1,8 | 1,3954 | 1,1 | 1,3967 | 0,09 | | | 0,09 |
| 22,64 | 1,75 | 1,5094 | 1,5334 | 1,6 | 1,5665 | 2,1 | 1,5846 | 1,1 | 1,6177 | 2,0 | 1,621 | 0,20 | 2,2 |
| 27,11 | 2 | 1,8762 | 1,89 | 0,7 | 1,9484 | 3,0 | 1,9828 | 1,7 | 1,9863 | 0,02 | | | 0,02 |

Оценка предельной ошибки разрушающей нагрузки может быть получена с помощью правила трех сигм по выборочному среднему m и выборочному среднеквадратичному отклонению s суммы (7), взятым по 10 представленным экспериментам. Получим $\delta_{\max} = |m| + 3s = 2,34\%$. Чтобы перейти к относительной погрешности расчета площади арматуры $A_y^{\text{то}}$, заметим что функция (4) близка к линейной и график ее строится по первым двум графам табл. 1. Рассматривая связь конечных приращений $\Delta A_y^{\text{то}}$ и Δq , легко установить, что в соотношении

$$\frac{\Delta A_y^{\text{то}}}{A_y^{\text{то}}} = \psi \frac{\Delta q}{q}$$

наибольшее значение коэффициента ψ достигается при наибольшей возможной площади $A_{\max}^{\text{то}} = 22 \text{ см}^2/\text{пм}$ и составляет $\psi = 1,2$. Таким образом, относительная ошибка $\delta_{\max} = 2,34\%$ в расчете величины q влечет максимальную погрешность $1,2 \cdot 2,34 \approx 2,8\%$ в расчете площади $A_y^{\text{то}}$ и, соответственно, коэффициента $\alpha_{x(y)}$. Эта погрешность достаточно мала, чтобы ей пренебрегать.

Аналогичные оценки погрешности разрушающей нагрузки q_3 (при соотношении шагов 64/192) дадут предельную ошибку $\delta_{\max} = 5,06\%$. Этому соответствует по-

грешность расчета величины $\alpha_{x(y)}$, равная 6,1%. Коэффициенты $\alpha_{x(y)}$, сведенные в таблицу П.1 приложения к статье, рассчитывались при соотношении шагов загружений 128/386, остальные результаты приложения получены для соотношения 64/192.

При расчете на раскрытие трещин выбирался элемент вблизи середины стороны сечения колонны. В связи с этим заметим, что выбор элемента, примыкающего к колонне, в данном случае не имеет особого значения, поскольку вследствие нелинейных свойств материалов деформирование железобетона сопровождается сглаживанием внутренних усилий. На рис. 4 показан фрагмент схемы 2, в с базовой линией и эпюрами на ней. Слева от оси симметрии показана эпюра изгибающих моментов, которым соответствует арматура A_y при $q = 0,9677$ т/м² (пятая строка табл. 1). Можно видеть, что моменты вдоль стороны сечения различаются незначительно. Для

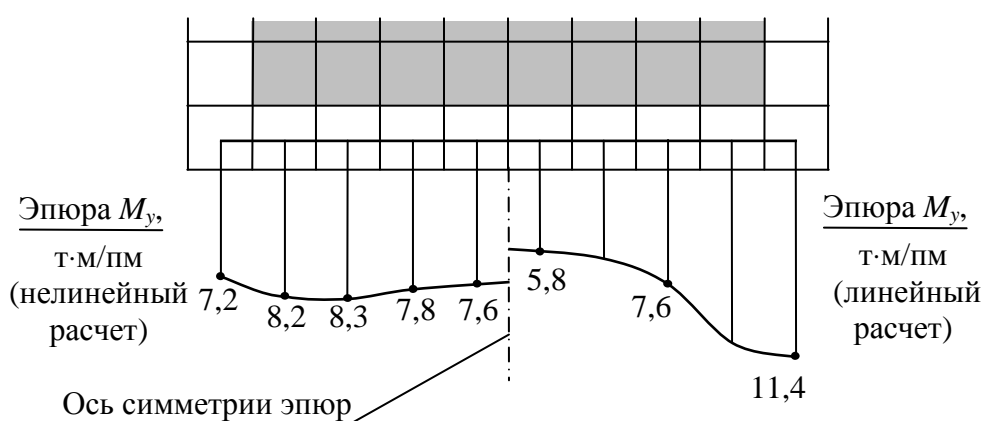


Рис. 4

сравнения справа показана такая же эпюра по результатам линейного расчета для неармированных элементов. Можно видеть, что линейно-упругий расчет в данном случае дает неадекватный результат. В связи с этим попытки уточнить армирование вблизи опор путем сгущения КЭ-сети линейно-упругих элементов могут, наоборот, увеличить ошибку, поскольку теряется свойство сглаживать внутренние усилия, которыми обладают КЭ большого размера.

Из проверок этапа 4 рассмотрим наиболее трудоемкую проверку Б, для которой на рис. 5 показана расчетная схема (слева) и соответствующая КЭ-сеть с точечной опорой (справа). Нагрузка q моделирует все нагрузки на перекрытие, кроме нагрузки от наружной стены; нагрузка P уточняет действие нагрузки q в пролетах, параллельных ребру плиты; нагрузка q_1 моделирует действие наружной стены. В элементе перекрытия, примыкающем к точечной опоре, можно выделить три внутренних момента: $M_y^{\text{стена}}$ — изгибающий момент от действия наружных стен в сечении,

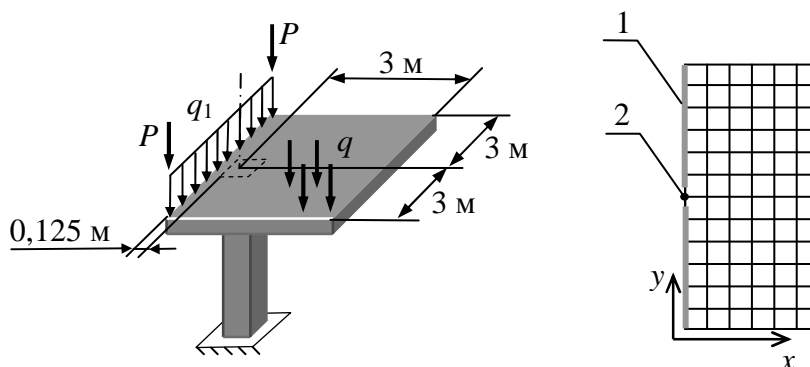


Рис. 5. Расчетная схема и КЭ-сеть в проверке Б.
1 – линия действия нагрузки; 2 – узел точечной опоры

нормальном к ребру; $M_y^{\text{плоч}}$ и $M_x^{\text{плоч}}$ — изгибающие моменты от всех остальных нагрузок в указанных направлениях. Для перекрытий модели рассматриваемого каркаса устанавливаются пределы изменения этих усилий, и соответственно определяются диапазоны изменения нагрузок q , P , q_1 , порождающих эти усилия в тестовой модели. Помимо модели на точечной опоре для указанной расчетной схемы создается нелинейно-упругая модель с шагом КЭ-сети $l = 6,25$ см. Эта модель при заданных нагрузках и армировании позволяет установить коэффициент запаса прочности конструкции $k_{\text{запас}}$, т. е. коэффициент, определяющий наступление предельного состояния конструкции при нагрузках ($k_{\text{запас}}q$, $k_{\text{запас}}P$, $k_{\text{запас}}q_1$). По этой модели для каждого заданного значения $A_y^{\text{то}}$ устанавливается наименьший коэффициент $k_{\text{запас}}$ запаса прочности конструкции, армированной с помощью коэффициентов пересчета (1) при всевозможных нагрузках, которым соответствует выбранная арматура на точечной опоре, т. е. нагрузках, удовлетворяющих уравнению

$$A_y^{\text{то}}(q, P, q_1) = A_y^{\text{то}}.$$

Строится график зависимости $k_{\text{запас}}(A_y^{\text{то}})$ для гарантирующих коэффициентов запаса, по которой делается заключение о выполнении требования проверки. В рассматриваемом примере гарантирующий коэффициент запаса оказывается не менее 1, поэтому коэффициенты пересчета, определенные зависимостью 1 на рис. 3, удовлетворяют проверке Б. Проверки А и В выполняются по аналогичным схемам.

На рис. 3 кривая 2 построена для площади нижней арматуры $A'_{x(y)} = 6 \text{ см}^2/\text{пм}$ при соотношении шагов 128/384. Сравнение кривых 1 и 2 позволяет заключить, что

изменение параметра A'_y в ограниченных пределах существенно не меняет зависимость (6).

В случае колонны прямоугольного сечения $B \times H$ описанная выше методика требует следующих дополнений. Искомые зависимости $\alpha_y(A_y^{\text{то}})$ и $\alpha_x(A_x^{\text{то}})$ теперь не совпадают, и вначале по этой методике необходимо установить их приближения: зависимость $\alpha_y(A_y^{\text{то}})$ необходимо получить как для колонны $B \times B$, а зависимость $\alpha_x(A_x^{\text{то}})$ получить как для колонны $H \times H$. Далее эти зависимости корректируются по следующей схеме. В рассмотренной выше модели этапа 2 вводится прямоугольная опора с сечением $B \times H$ и задается арматура по полученным коэффициентам пересчета α_y и α_x при различных нагрузках q . Строится зависимость $k_{\text{запас}}(q)$ коэффициентов запаса прочности соответствующего «столика» от нагрузки (расчет ведется до разрушения конструкции). Для типового каркаса эти коэффициенты незначительно отличаются от единицы: например, для колонны $0,5 \times 0,75$ м при $h = 20$ см было получено $k_{\text{запас}} \geq 0,96$ (условия расчета см. в приложении). По установленной зависимости $k_{\text{запас}}(q)$ с учетом картины разрушений изначально заданные зависимости $\alpha_y(A_y^{\text{то}})$, $\alpha_x(A_x^{\text{то}})$ корректируются с помощью множителей, которые при повторном пересчете обеспечат условие $k_{\text{запас}} \geq 1$ (формулы (П.1) служат примером корректировки). Такая техника расчетов основывается на гипотезе, что вблизи каждой стороны верхнего сечения колонны, на которую опирается плита, НДС плиты определяется протяженностью именно этой стороны и слабо зависит от протяженности стороны другого направления. Что касается проверок А—В этапа 4 (см. выше), то техника этих проверок применима к колоннам прямоугольного сечения без изменений. В приложении сведены результаты расчета коэффициентов α при различных сечениях колонн.

4. О завышении площади арматуры в расчетах по нелинейно-упругой модели

При расчете площади арматуры с помощью нелинейно-упругой модели виртуальное разрушение конструкции может происходить при армировании, когда на практике работоспособность конструкции сохраняется, и это возможно по следующим двум причинам.

1. Шаговый процессор системы ЛИРА 9.x применительно к моделям армированных плит выявляет факт разрушения, когда теряется связь плиты с опорами и конструкция становится геометрически изменяемой. Потеря связи с опорой диагностируется, когда опора соединяется с неразрушенной частью конструкции через элементы, содержащие пластический шарнир. Состояние, которое в системе ЛИРА именуется пластическим шарниром, может быть близким к предельному, но не предельным. Так, например, пластический шарнир возникает, когда напряжение в растянутой арматуре элемента составляет $0,8\sigma_s^+$, где σ_s^+ — максимальное напряжение на диаграмме растяжения арматуры, и вместе с тем толщина зоны растянутого бетона пренебрежимо мала. Поэтому в ходе расчета возможно ложное диагностирование разрушения.

2. Согласно СП 52-101-2003 в диаграммах состояния арматуры напряжение потери прочности существенно занижено, поскольку за это напряжение принимается расчетный предел текучести (расчетное сопротивление), тогда как разрушение арматуры определяется временным сопротивлением. На рис. 6 показаны три диаграммы растяжения арматуры А-III: $\sigma_{s,СП}(\epsilon)$ — диаграмма по СП 52-101-2003; $\sigma_{s,оп}(\epsilon)$ — опытная диаграмма, взятая из книги [5], в которой предел текучести σ_T и временное сопротивление σ_B отвечают ГОСТ 5781-82 (1994); $\sigma_{s,тест}(\epsilon)$ — кусочно-линейная диаграмма, содержащая зону упрочнения. Последняя диаграмма использовалась для повторного цикла расчетов по нелинейно-упругим моделям с целью определения возможности снизить площадь арматуры в нарушение требований СП 52-101-2003 при сохранении прочности конструкции. Эта тестовая диаграмма получена

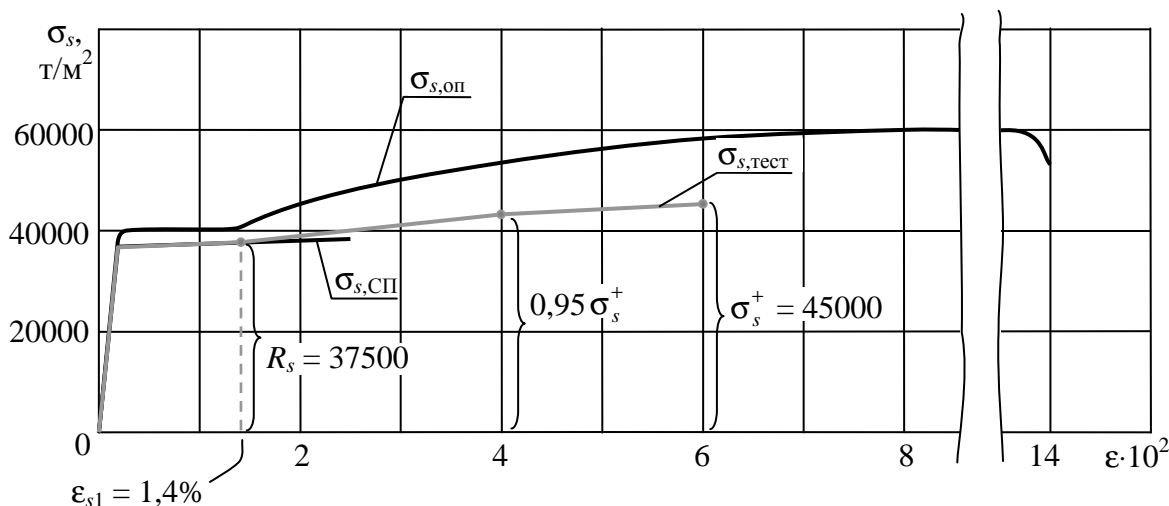


Рис. 6

продолжением диаграммы $\sigma_{s,СП}$ так, чтобы начиная от точки ϵ_{s1} отношение напряжений $\sigma_{s,оп}/\sigma_{s,тест}$ возрастало от 1,07 (т. е. от величины коэффициента надежности по арматуре согласно СНиП 2.03.01-84*) до величины 4/3 при предельной деформации 6%. Сама предельная деформация в тестовой диаграмме принята существенно меньше величины относительного удлинения $\delta_5 = 14\%$ по ГОСТ 5781-82 (1994). Перечисленные особенности тестовой диаграммы позволяют, на наш взгляд, считать достаточно достоверными результаты КЭ-моделирования с ее использованием.

В результате расчетов НДС по нелинейно-упругой модели с диаграммой состояния $\sigma_{s,тест}(\epsilon)$ для рассмотренного в разд. 3 примера удалось подтвердить работоспособность конструкции с единичными коэффициентами $\alpha_{x(y)}$. Это объясняет работоспособность железобетонных каркасов, рассчитанных без учета требований к шагу КЭ-сети: возможные ошибки в расчете могут перевести арматуру за предел текучести в зону упрочнения, когда, возможно, раскрытие трещин выше допустимого, но разрушения конструкции не происходит.

Замечание. Диаграмма сжатия конструкционной стали близка к диаграмме растяжения до деформаций, соответствующих части зоны упрочнения, а при больших по модулю деформациях напряжение сжатия больше соответствующего напряжения растяжения [6], ввиду чего диаграмму состояния арматуры можно считать симметричной.

Выводы

При расчете армирования железобетонных плит с помощью КЭ-модели, содержащей точечные опоры, необходимо учитывать зависимость получаемых результатов от шага КЭ-сети.

Уточнение площади арматуры вблизи точечных опор возможно с помощью коэффициентов пересчета площади арматуры, которые зависят от шага КЭ-сети и могут быть сведены в таблицы.

Расчеты по СП 52-101-2003 не учитывают дополнительный запас прочности конструкции, связанный с возможностью работы арматуры за пределом расчетного сопротивления на участке упрочнения диаграммы состояния.

ЛИТЕРАТУРА

1. Клованич С.Ф., Мироненко И.Н. Метод конечных элементов в механике железобетона. Одесса: Одесский нац. мор. ун-т, 2007. 110 с.

2. Русаков А.И. Методика опытно-теоретической оценки прогибов монолитной плиты перекрытия. – ПГС, № 1, 2010. – принята к печати.
3. Стрелец-Стрелецкий Е.Б. и др. ЛИРА 9.2. Руководство пользователя. Основы. Учебное пособие / Под ред. Городецкого А.С. – Киев: Факт, 2005. 145 с.
4. ANSYS, Inc. Theory. Release 5.7. Edited by Peter Kohnke. ANSYS, Inc., Canonsburg. 2001. 1264 p.
5. Железобетонные и каменные конструкции / Бондаренко В.М., Бакиров Р.О., Назаренко В.Г., Римшин В.И. Под ред. Бондаренко В.М. – М.: Высш. шк., 2002. 876 с.
6. Русаков А.И. Курс лекций по сопротивлению материалов. Учеб. пособие для вузов. – Ростов-на-Дону: Книга, 2004. 336 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ЗАВИСИМОСТИ $\alpha_y = \alpha_y(A_y^{to})$, $\alpha_x = \alpha_x(A_x^{to})$ ПРИ КЭ-СЕТИ С ЯЧЕЙКОЙ $l = 50$ см

Во всех приводимых ниже табличных зависимостях для промежуточного значения аргумента функцию устанавливать линейной интерполяцией.

Условия расчета определены в первом абзаце разд. 3 за исключением:

$A'_{x(y)} = 4$ см²/пм; размеры сечения колонны указываются ниже.

Таблица П.1

Сечение колонны $B \times H = 0,5 \times 0,5$ м

| Переменная | Численные значения переменных при размерности $[A_y^{to}] = \text{см}^2/\text{пм}$ | | | | |
|------------|--|-----|------|------|------|
| A_y^{to} | 5 | 6,5 | 10 | 12,5 | 25 |
| α_y | 0,9 | 1 | 1,23 | 1,29 | 1,15 |

Таблица П.2

Сечение колонны $B \times H = 0,75 \times 0,75$ м

| Переменная | Численные значения переменных при размерности $[A_y^{to}] = \text{см}^2/\text{пм}$ | | | | |
|------------|--|------|------|------|------|
| A_y^{to} | 5 | 12 | 16,5 | 19 | 25 |
| α_y | 0,8 | 0,96 | 1,02 | 1,01 | 0,96 |

Сечение колонны $B \times H = 0,5 \times 0,75$ м: искомые зависимости получаются из таблиц П.1 и П.2 с последующей корректировкой по формулам:

$$\alpha_y^{0,5 \times 0,75} = 1,02 \alpha_y^{0,5 \times 0,5}(A_y^{to}); \quad \alpha_x^{0,5 \times 0,75} = 1,05 \alpha_y^{0,75 \times 0,75}(A_x^{to}). \quad (\text{П.1})$$

— Коэффициенты рассчитаны только для расположения колонн внутри плана плиты.

Таблица П.3

Сечение колонны $B \times H = 0,375 \times 0,375$ м

| Переменная | Численные значения переменных при размерности $[A_y^{to}] = \text{см}^2/\text{пм}$ | | | | | |
|------------|--|------|------|------|------|------|
| A_y^{to} | 5,5 | 8,5 | 11 | 14 | 17,5 | 22,5 |
| α_y | 1,00 | 1,26 | 1,31 | 1,32 | 1,26 | 1,20 |